

基于峰均比约束的双功能雷达通信波形折中优化设计

侯跃峰, 赵晓, 刘嘉宁, 周荣康, 王文博, 田峰

(南京邮电大学宽带无线通信与传感网技术教育部重点实验室, 江苏 南京 210003)

摘要: 双功能雷达通信 (DFRC, dual-function radar-communication) 技术利用相同的硬件平台、频谱资源和发射波形同时实现雷达和通信功能, 为实现通信感知一体化功能提供强有力的支撑。针对双功能雷达通信系统, 研究了雷达和通信的波形折中优化设计, 同时考虑在传输能耗和峰均比约束下, 构建具有二次等式和不等式约束的非凸优化问题, 并利用非线性等式约束交替方向乘子算法将非凸优化问题分解为3个子问题实现优化求解。仿真结果表明, 优化设计的双功能雷达通信波形可逼近理想雷达波形, 同时实现了雷达性能和通信性能之间的折中优化。

关键词: 双功能雷达通信; 非凸优化; 峰值平均功率比约束; 折中设计

中图分类号: TN919

文献标志码: A

doi: 10.11959/j.issn.2096-3750.2023.00338

Dual-functional radar-communication waveform trade-off optimal design with peak average power ratio constraint

HOU Yuefeng, ZHAO Xiao, LIU Jianing, ZHOU Rongkang, WANG Wenbo, TIAN Feng

Key Lab of Broadband Wireless Communication and Sensor Network Technology, Ministry of Education,
Nanjing University of Posts and Telecommunications, Nanjing 210003, China

Abstract: Based on the same hardware platform, spectrum resources, and transmit waveforms, dual-function radar-communication (DFRC) can achieve radar and communication functions at the same time, which provides a strong support for realizing integrated sensing and communication (ISAC). Aiming at the dual-function radar communication system, radar and communication waveform trade off optimal design was studied, and a non-convex optimization problem was constructed with quadratic equality and inequality constraints under the constraints of transmission energy consumption and peak-to-average ratio (PAPR). The nonlinear equality constrained alternative direction method of multipliers was used to decompose the non-convex optimization problem into three sub-problems. The simulation results show that the optimized dual-function radar communication waveform can approach the ideal radar waveform and realize the optimal performance tradeoff between radar and communication.

Key words: DFRC, non-convex optimization, peak average power ratio constraint, trade-off design

0 引言

近年来, 随着无线服务的指数级增长, 频谱资源正变得越来越稀缺, 人们需要更先进的频谱共享技术。

针对传统功能相异、独立开发的雷达和通信系统, 雷达频段具有大量可用频谱, 可用于与通信系统共享, 所以两个系统呈现互通互融的发展趋势^[1]。雷达与通信的频谱共享 (RCSS, radar and communication spectrum

收稿日期: 2022-11-13; 修回日期: 2023-03-15

通信作者: 田峰, tianf@njupt.edu.cn

基金项目: 广东省促进经济高质量发展专项资金海洋经济发展项目 (粤自然资合[2023]24号); 国家自然科学基金资助项目 (No.61671252, No.61772287); 江苏省高等学校自然科学研究重大项目 (No.18KJA510004)

Foundation Items: The Key Program of Marine Economy Development Special Foundation of Department of Natural Resources of Guangdong Province (GDNRC[2023]24), The National Natural Science Foundation of China (No.61671252, No.61772287), The Key University Science Research Project of Jiangsu Province (No.18KJA510004)

sharing) 作为新兴的研究课题, 其共存、合作和共同设计研究引起了学术界和工业界的广泛关注^[2-8]。

通常, 雷达与通信的频谱共享技术包括雷达与通信频谱共存和通信感知一体化 (ISAC, integrated sensing and communication)^[9]两种方式。其中, 雷达与通信频谱共存考虑的是独立的雷达与通信系统共用相同频谱且互不干扰, 其缺点是通过交换信息才能实现有利的合作, 导致共存系统具有相当大的复杂性, 难以在实际场景中实现。而 ISAC 考虑雷达与通信系统不仅共享同一频谱, 而且共用同一硬件平台和一体化信号处理方案, 同时实现通信和感知功能, 从而在频谱、能量、硬件和成本等方面获得巨大收益。作为未来无线通信系统中具有广泛应用前景的关键技术, ISAC 能够在车联网、智慧城市、环境监测、远程医疗、物联网等场景应用^[10-13]。

具有紧密物理集成的通信感知一体化系统通常被称为双功能雷达通信 (DFRC, dual-function radar-communication) 系统^[14-16]。双功能雷达通信系统的主要目标是产生双功能波形, 同时实现雷达感知和通信功能。借助于协同设计的通信和感知波形, 双功能雷达通信系统可以显著提高光谱效率, 同时也能减少设备尺寸、成本和功耗。

当前, 很多文献都对双功能雷达通信波形联合设计展开了相关研究^[17-21]。其中, 文献[17-18]考虑将通信信息嵌入雷达脉冲内的波形, 以实现较低的拦截概率。文献[19]考虑将通信位序列嵌入正交的传输波形, 其主瓣用于目标检测, 而旁瓣用于通信收发。在实际情况中, 由于雷达波形通常采用非线性放大器而不是线性放大器进行传输, 因此其波形设计应考虑以恒模 (CM, constant-modulus) 或低峰值平均功率比 (LPAPR, low peak average power ratio) 为标准。文献[20]以恒模为标准, 并通过使用分支-定界优化算法对双功能雷达通信波形进行设计, 但其计算效率很低。为进一步降低计算开销, 文献[21]提出了一种基于黎曼共轭梯度算法的恒模波形设计方法。综上, 虽然恒模波形能够适应雷达放大器的非线性限制, 但仍可能会对输出信噪比造成性能损失, 因此本文考虑用低峰值平均功率比 (以下简称峰均比) 作为评价标准设计双功能雷达通信波形。

本文考虑一个双功能雷达通信系统, 该系统生成同时用于与用户通信和对目标进行探测的双功能雷达通信波形。首先, 本文阐述了由通信模型和雷达模型共同构成的双功能雷达通信系统, 分析了

通信模型中的多用户干扰等参数, 以及雷达模型中的传输波形与理想波形之间的差值功率等参数。其次, 先进行理想雷达波形设计, 然后通过对通信多用户干扰功率和雷达实际波形与理想波形间的差值功率进行加权求和, 考虑以加权和最小化为目标, 以低峰均比为约束条件, 实现通信和雷达性能的折中优化设计, 并通过构建非凸二次约束二次规划问题, 利用非线性等式约束交替方向乘子算法 (neADMM, nonlinear equality constrained alternative direction method of multipliers) 减少经典的半定松弛 (SDR, semi-definitelaxation) 算法带来的性能损失, 实现折中优化问题的求解。最后, 仿真结果表明, 所提折中设计可以很好地平衡通信性能和雷达性能。相比于文献[21]中以恒模量为评价标准的波形, 本文提出的以低峰均比为评价标准的双功能雷达通信波形不仅具有更高的平均可达和速率, 同时探测概率接近恒模量波形的探测概率。并且本文设计的双功能雷达通信波形逼近理想雷达通信波形。通过调整优化目标中通信性能与雷达性能的权重, 可以进一步提高雷达探测概率和通信速率, 同时用户数的增加会导致用户间干扰功率增大, 从而造成双功能雷达通信波形的通信性能和探测性能下降。

1 双功能雷达通信系统模型

双功能雷达通信系统如图 1 所示, 该系统包含一个双功能雷达通信基站, 多个通信用户以及多个雷达目标。双功能雷达通信基站配备了 N 个天线, 且它们位于一个均匀的线性阵列中。该系统通过发射双功能雷达通信波形, 为 K 个单天线用户提供通信服务并对多个雷达目标进行探测。

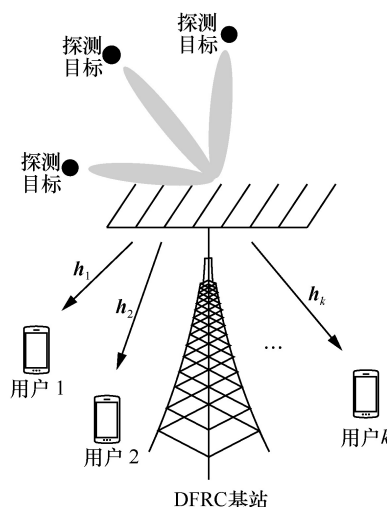


图 1 双功能雷达通信系统

1.1 通信模型

与基站进行通信的用户接收到的信号矩阵为

$$\mathbf{Y} = \mathbf{H}\mathbf{X} + \mathbf{W} \quad (1)$$

其中, $\mathbf{H} = [\mathbf{h}_1, \mathbf{h}_2, \dots, \mathbf{h}_K]^T \in \mathbb{C}^{K \times N}$ 是信道矩阵, $\mathbf{X} = [\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_L] \in \mathbb{C}^{N \times L}$ 是传输信号矩阵, L 是通信帧的长度, K 是用户数, N 是天线数. $\mathbf{W} = [\mathbf{w}_1, \mathbf{w}_2, \dots, \mathbf{w}_L] \in \mathbb{C}^{K \times L}$ 是噪声矩阵, 且 $\forall j \in [1, L]$, 均有 $\mathbf{w}_j \sim \mathcal{CN}(0, N_0 \mathbf{I}_N)$, \mathcal{CN} 表示高斯分布.

不失一般性, 本文做出以下 3 个假设.

1) 传输信号矩阵 \mathbf{X} 作为本文设计的双功能雷达通信波形, 即用通信信号进行雷达探测, 那么每个通信符号也是雷达子脉冲的一个快照.

2) 下行信道 \mathbf{H} 是平坦的瑞利衰落, 即可以保证信号在一个通信帧/雷达子脉冲期间保持不变.

3) 信道 \mathbf{H} 可以由导频符号完美估计^[22], 即忽略不完美信道估计状态, 便于求解仿真.

给定通信用户所需的符号矩阵 $\mathbf{S} \in \mathbb{C}^{K \times L}$, 那么接收到的信号可以重写为

$$\mathbf{Y} = \mathbf{S} + (\mathbf{H}\mathbf{X} - \mathbf{S}) + \mathbf{W} \quad (2)$$

对于每个用户, 假定 \mathbf{S} 的元素来自同一个星座. 式(2)中的第二项表示多用户干扰 (MUI, multi-user interference) 信号. 总的多用户干扰功率可以表示为

$$P_{\text{MUI}} = \|\mathbf{H}\mathbf{X} - \mathbf{S}\|_{\text{F}}^2 \quad (3)$$

多用户干扰功率是一个关键的性能度量, 因为它与通信用户的可达和速率密切相关^[23]. 具体来说, 用户与基站进行通信的平均可达和速率为

$$R = \sum_{i=1}^K \text{lb}(1 + \gamma_i) \quad (4)$$

其中, γ_i 为第 i 个用户每帧的信干噪比, 表示为

$$\gamma_i = \frac{E(|s_{i,j}|^2)}{E(|\mathbf{h}_i^T \mathbf{x}_j - s_{i,j}|^2) + N_0} \quad (5)$$

其中, $s_{i,j}$ 表示矩阵 \mathbf{S} 中位于 i 行 j 列的元素, $E(\cdot)$ 表示数学期望. 对于给定固定功率的通信星座图, 有用信号 $E(|s_{i,j}|^2)$ 的功率也是固定的. 因此, 通过最小化多用户干扰功率, 可以最大化平均可达和速率.

1.2 雷达模型

传统的相控阵列雷达通过每根天线传输相关信号, 本质上传输的是一个共同波形的不同相移版本. 相比之下, 多入多出 (MIMO, multiple-in multiple-out) 雷达采用不相关的波形, 从而能够获得更高的自由度. 文献[24-25]表明, 雷达波束模式的设计等同于探测信号的协方差矩阵的设计. 双功能波形矩阵 \mathbf{X} 的空间协方差矩阵 \mathbf{R}_X 表示为

$$\mathbf{R}_X = \frac{1}{L} \mathbf{X}\mathbf{X}^H \quad (6)$$

不失一般性, 假设 $L \geq N$, 以此确保 \mathbf{R}_X 的正定性. 其次, 该双功能雷达通信系统的传输波束方向图可以表示为

$$P_d(\theta) = \boldsymbol{\alpha}(\theta)^H \mathbf{R}_X \boldsymbol{\alpha}(\theta) \quad (7)$$

其中, $\boldsymbol{\alpha}(\theta) = [1, e^{j2\pi\Delta\sin\theta}, \dots, e^{j2\pi(N-1)\Delta\sin\theta}]^T \in \mathbb{C}^N$ 为均匀线性阵列的转向向量, θ 为检测角, Δ 为波长归一化后相邻天线之间的间距.

雷达探测概率定义为

$$P_d = \frac{1}{2} \left[1 + \text{erf} \left(\sqrt{\frac{1}{2} + \gamma_i} \right) - \sqrt{\text{lg} \left(\frac{1}{P_{\text{FA}}} \right)} \right] \quad (8)$$

其中, $\text{erf}(x)$ 为误差补余函数, P_{FA} 为误警概率.

将双功能传输波形矩阵 \mathbf{X} 与理想雷达波形 \mathbf{X}_0 之间的差值功率定义为雷达模型的相似度约束^[26], 表示为

$$P_{\text{SIM}} = \|\mathbf{X} - \mathbf{X}_0\|_{\text{F}}^2 \quad (9)$$

2 优化问题构建与求解

2.1 双功能系统理想雷达波形设计

首先, 考虑在 MIMO 雷达特定波束模式约束下, 将式(9)即实际波形与理想波形的差值功率最小化. 给定一个设计良好的雷达波束模式相对应的协方差矩阵, 将差值功率最小化问题表示为^[27]

$$\begin{aligned} \text{P1: } \min_{\mathbf{X}_0} P_{\text{SIM}} &= \|\mathbf{X} - \mathbf{X}_0\|_{\text{F}}^2 \\ \text{s.t. } &\frac{1}{L} \mathbf{X}_0 \mathbf{X}_0^H = \mathbf{R}_d \end{aligned} \quad (10)$$

其中, \mathbf{R}_d 为期望的厄米半正定协方差矩阵. 对其进行 Cholesky 分解后得到

$$\mathbf{R}_d = \mathbf{G}\mathbf{G}^H \quad (11)$$

其中, $\mathbf{G} \in \mathbb{C}^{N \times N}$ 为一个下三角矩阵. 不失一般性, 本文假设协方差矩阵 \mathbf{R}_d 是正定的, 以保证 \mathbf{G} 是可逆的. 因此, 式(11)可以等价于

$$\frac{1}{L} \mathbf{G}^{-1} \mathbf{X}_0 \mathbf{X}_0^H \mathbf{G}^{-H} = \mathbf{I}_N \quad (12)$$

令 $\mathbf{X}_0^* = \sqrt{\frac{1}{L}} \mathbf{G}^{-1} \mathbf{X}_0$, 问题 P1 可以重新表述为

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{X}_0^*} \quad & \left\| \sqrt{L} \mathbf{G} \mathbf{X}_0^* - \mathbf{X} \right\|_F^2 \\ \text{s.t.} \quad & \mathbf{X}_0^* (\mathbf{X}_0^*)^H = \mathbf{I}_N \end{aligned} \quad (13)$$

这是一个正交普鲁克问题, 它有一个基于奇异值分解的简单封闭全局解, 表示为

$$\mathbf{X}_0^* = \mathbf{U} \mathbf{I}_{N \times L} \mathbf{V}^H \quad (14)$$

其中, $\mathbf{U} \mathbf{I}_{N \times L} \mathbf{V}^H = \mathbf{G}^H \mathbf{X}$ 是 $\mathbf{G}^H \mathbf{X}$ 的奇异值分解。由此, 式(9)的解为

$$\mathbf{X}_0 = \sqrt{L} \mathbf{G} \mathbf{U} \mathbf{I}_{N \times L} \mathbf{V}^H \quad (15)$$

其次, 考虑式(3)多用户干扰功率最小化问题。同样给定一个性能良好的协方差矩阵, 将优化问题表示为

$$\begin{aligned} \text{P2:} \quad \min_{\mathbf{X}_0} \quad & \mathbf{P}_{\text{MUI}} = \left\| \mathbf{H} \mathbf{X}_0 - \mathbf{S} \right\|_F^2 \\ \text{s.t.} \quad & \frac{1}{L} \mathbf{X}_0 \mathbf{X}_0^H = \mathbf{R}_d \end{aligned} \quad (16)$$

上述优化问题的求解过程问题 P1 相似, 故不再表述。问题 P2 的解为

$$\mathbf{X}_0 = \sqrt{L} \mathbf{G} \mathbf{U} \mathbf{I}_{N \times L} \mathbf{V}^H \quad (17)$$

由上述可知, \mathbf{X}_0 为在特定雷达波束模式约束下所求的理想雷达波形, 第 2.2 节将依据本节所求理想波形, 对双功能雷达通信波形进行折中优化设计。

2.2 雷达和通信双功能下的折中优化波形设计

第 2.1 节求解出的理想雷达波形, 虽然可以保证其雷达性能是最优的, 但是其通信性能可能会有严重的损失。因此本文提出一种基于雷达和通信双功能的折中优化波形设计方案。在总功率约束和峰均比约束下, 通过引入加权因子 $\rho (0 \leq \rho \leq 1)$ 最小化 \mathbf{P}_{MUI} 和 \mathbf{P}_{SIM} 的加权和, 所设计的波形能够实现通信性能和雷达性能之间的折中优化。本文提出的优化问题为

$$\begin{aligned} \text{P3:} \quad \min_{\mathbf{X}} \quad & \rho \mathbf{P}_{\text{MUI}} + (1 - \rho) \mathbf{P}_{\text{SIM}} = \\ & \rho \left\| \mathbf{H} \mathbf{X} - \mathbf{S} \right\|_F^2 + (1 - \rho) \left\| \mathbf{X} - \mathbf{X}_0 \right\|_F^2 \\ \text{s.t.} \quad & \left\| \mathbf{X} \right\|_F^2 = L P_t \\ & \text{PAPR}(\mathbf{X}) \leq r \end{aligned} \quad (18)$$

令 $\mathbf{A} = [\sqrt{\rho} \mathbf{H}^T, \sqrt{1 - \rho} \mathbf{I}_N]^T \in \mathbb{C}^{(K+N) \times N}$, $\mathbf{B} = [\sqrt{\rho} \mathbf{S}^T, \sqrt{1 - \rho} \mathbf{X}_0]^T \in \mathbb{C}^{(K+N) \times L}$, 问题 P3 可以重写为

$$\min_{\mathbf{X}} \quad \left\| \mathbf{A} \mathbf{X} - \mathbf{B} \right\|_F^2 \quad (19a)$$

$$\text{s.t.} \quad \left\| \mathbf{X} \right\|_F^2 = L P_t \quad (19b)$$

$$\text{PAPR}(\mathbf{X}) \leq r \quad (19c)$$

首先, 对目标函数式(19a)进行进一步的扩展

$$\begin{aligned} \left\| \mathbf{A} \mathbf{X} - \mathbf{B} \right\|_F^2 &= \text{tr} \{ (\mathbf{A} \mathbf{X} - \mathbf{B})^H (\mathbf{A} \mathbf{X} - \mathbf{B}) \} = \\ & \text{tr}(\mathbf{X}^H \mathbf{A}^H \mathbf{A} \mathbf{X}) - \text{tr}(\mathbf{X}^H \mathbf{A}^H \mathbf{B}) - \\ & \text{tr}(\mathbf{B}^H \mathbf{A} \mathbf{X}) + \text{tr}(\mathbf{B}^H \mathbf{B}) \end{aligned} \quad (20)$$

令 $\mathbf{Q} = \mathbf{A}^H \mathbf{A}$, $\mathbf{G} = \mathbf{A}^H \mathbf{B}$, 那么目标函数式(19a)可以转化为

$$\min_{\mathbf{X}} \quad \text{tr}(\mathbf{X}^H \mathbf{Q} \mathbf{X}) - 2 \text{Re}(\text{tr}(\mathbf{X}^H \mathbf{G})) \quad (21)$$

而峰均比约束式(19c)可以具体表示为

$$\text{PAPR}(\mathbf{X}) = \frac{\max_n |x(n)|^2}{\frac{\left\| \mathbf{X} \right\|_F^2}{NL}} \leq r \quad (22)$$

其中, $r \in [1, NL]$ 。值得注意的是, 当 $r = 1$ 时, 峰均比约束转化为恒模约束。可以看出, 相比于严格的恒模量约束, 峰均比约束允许传输功率在一定范围内变化, 使得双功能波形能够实现更高的输出信干噪比。

令 $\mathbf{x} = \text{vec}(\mathbf{X}) \in \mathbb{C}^{NL \times 1}$, $n = 1, \dots, NL$, $\text{vec}(\cdot)$ 表示矩阵的向量化。根据文献[28], 总传输功率(式(19b))和峰均比约束(式(19c))分别转化为一个二次等式约束和一系列二次不等式约束, 表示为

$$\begin{aligned} \left\| \mathbf{x} \right\|_F^2 &= L P_t \\ \mathbf{x}^H \mathbf{E}_m \mathbf{x} &\leq \frac{P_t r}{N} \end{aligned} \quad (23)$$

其中,

$$\mathbf{E}_m(i, j) = \begin{cases} 1, & i = m \text{ 和 } j = m \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (24)$$

且 $\mathbf{E}_m \in \mathbb{R}^{NL \times 1}$ 。为了将向量化后的峰均比约束与目标函数结合在一起, 目标函数式(21)也必须同时被向量化。 \mathbf{A} 向量化后可以写成一个对角线矩阵

$$\tilde{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \mathbf{A} \end{bmatrix} \quad (25)$$

同时, \mathbf{B} 向量化后写作 $\mathbf{b} = \text{vec}(\mathbf{B}) \in \mathbb{C}^{(K+N)L \times 1}$ 。
令 $\tilde{\mathbf{Q}} = \tilde{\mathbf{A}}^H \tilde{\mathbf{A}}, \tilde{\mathbf{G}} = \tilde{\mathbf{A}}^H \mathbf{b}$, 将优化问题 P3 重新表述为

$$\text{P4: } \min_{\mathbf{x}} \mathbf{x}^H \tilde{\mathbf{Q}} \mathbf{x} - 2 \text{Re}(\mathbf{x}^H \tilde{\mathbf{G}}) \quad (26a)$$

$$\text{s.t. } \|\mathbf{x}\|_{\text{F}}^2 = LP_t \quad (26b)$$

$$\mathbf{x}^H \mathbf{E}_m \mathbf{x} \leq \frac{P_r}{N} \quad (26c)$$

2.3 优化问题求解

显然, 优化问题 P4 是由一个二次等式约束和一个二次不等式约束组成的非凸二次约束二次规划问题。虽然此类问题可以用传统的半定松弛方法进行求解, 但该方法有可能会造成较为显著的性能损失。为了避免传统算法的缺陷, 本文采用非线性等式约束交替方向乘子算法对优化问题进行求解^[29], 具体步骤如下。

首先, 引入一个辅助变量 $\mathbf{y} \triangleq [y_1, \dots, y_{NL}]^T$, 解耦非凸功率约束式(26b)和凸约束式(26c), 将问题 P4 转换为

$$\text{P5: } \min_{\mathbf{x}, \mathbf{y}} \mathbf{x}^H \tilde{\mathbf{Q}} \mathbf{x} - 2 \text{Re}(\mathbf{x}^H \tilde{\mathbf{G}}) \quad (27a)$$

$$\text{s.t. } \mathbf{x}^H \mathbf{E}_m \mathbf{x} \leq \frac{P_r}{N} \quad (27b)$$

$$\|\mathbf{x}\|_{\text{F}}^2 \leq LP_t \quad (27c)$$

$$\|\mathbf{y}\|_{\text{F}}^2 = LP_t \quad (27d)$$

$$\mathbf{x} = \mathbf{y} \quad (27e)$$

然后, 问题 P5 的增广拉格朗日函数可以表示为

$$L(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \boldsymbol{\lambda}) \triangleq \mathbf{x}^H \tilde{\mathbf{Q}} \mathbf{x} - 2 \text{Re}(\mathbf{x}^H \tilde{\mathbf{G}}) + (\rho/2) \|\mathbf{x} - \mathbf{y} + (\boldsymbol{\lambda}/\rho)\|^2 \quad (28)$$

其中, $\rho > 0$ 是一个惩罚参数, $\boldsymbol{\lambda} \in \mathbb{C}^{NL}$ 为对偶变量。首先, 将式(28)作为新的目标函数, 更新变量 \mathbf{x} 的优化问题为

$$\text{P6: } \min_{\mathbf{x}} \mathbf{x}^H \tilde{\mathbf{Q}} \mathbf{x} - 2 \text{Re}(\mathbf{x}^H \tilde{\mathbf{G}}) + (\rho/2) \|\mathbf{x} - \mathbf{y} + (\boldsymbol{\lambda}/\rho)\|^2 \quad (29a)$$

$$\text{s.t. } \mathbf{x}^H \mathbf{E}_m \mathbf{x} \leq \frac{P_r}{N} \quad (29b)$$

$$\|\mathbf{x}\|_{\text{F}}^2 \leq LP_t \quad (29c)$$

显然, 这是一个凸的二次约束二次规划问题, 可以很容易得到最优解 \mathbf{x}^* 。其次, 更新辅助变量 \mathbf{y} 的优化问题为

$$\text{P7: } \min_{\mathbf{y}} (\rho/2) \|\mathbf{x} - \mathbf{y} + (\boldsymbol{\lambda}/\rho)\|^2 \quad (30a)$$

$$\text{s.t. } \|\mathbf{y}\|_{\text{F}}^2 = LP_t \quad (30b)$$

问题 P7 的最优解可以直接求得

$$\mathbf{y}^* = \frac{\sqrt{LP_t}(\mathbf{x} + \boldsymbol{\lambda}/\rho)}{\|\mathbf{x} + \boldsymbol{\lambda}/\rho\|} \quad (31)$$

最后, 更新变量 $\boldsymbol{\lambda}$ 的优化问题表示为

$$\boldsymbol{\lambda}^* := \boldsymbol{\lambda} + \rho(\mathbf{x} - \mathbf{y}) \quad (32)$$

基于上述推导, 所提基于峰均比约束的波形设计 neADMM 见算法 1。

算法 1 基于峰均比约束的波形设计 neADMM

输入: $\tilde{\mathbf{Q}}, \tilde{\mathbf{G}}, L, P_t, \rho, r, N, K$

输出: \mathbf{x}^*

步骤 1 初始化: $\mathbf{x}, \mathbf{y} = \mathbf{x}, \boldsymbol{\lambda} = 0$ 。

步骤 2 通过式(26)更新 \mathbf{x} 。

步骤 3 通过式(27)更新 \mathbf{y} 。

步骤 4 通过式(28)更新 $\boldsymbol{\lambda}$ 。

步骤 5 如果优化函数未收敛, 则返回步骤 2;

否则, 返回 $\mathbf{x}^* = \mathbf{x}$ 。

2.4 算法复杂度分析

neADMM 在每次迭代中, 通过求解凸的二次约束二次规划问题更新变量 \mathbf{x} , 其计算复杂度为 $O\{\ln(1/\varpi)\sqrt{(4K+L)N+1}NL(2NL(NL+1)+2KN)\}$ 。由于变量 \mathbf{y} 和变量 $\boldsymbol{\lambda}$ 均为封闭形式, 其更新的计算复杂度均为 $O\{NL\}$, 远低于更新变量 \mathbf{x} 的计算复杂度。

3 仿真分析

本节通过数值仿真来评估并验证所提双功能雷达通信波形优化设计的模型和算法。假定基站配备了相邻天线之间半波长间距的均匀线性阵

列, 信道矩阵 \mathbf{H} 中的每个元素均为标准复高斯分布, 即 $h(i, j) \sim \mathcal{CN}(0, 1)$; 同时考虑选择单位功率的四相移相键控 (QPSK, quaternary PSK) 符号作为通信功能的星座图。仿真相关参数设置为 $P_t=1$ 、 $N=16$ 和 $L=20$, 并定义信噪比 $\text{SNR} = P_t / N_0$ 。在后续仿真结果展示中, 多用户干扰功率为零的理想情形下的仿真结果在仿真图中用 “zeroMUI” 表示, 双功能系统理想雷达波形的仿真结果用 “only radar” 表示, 本文提出的峰均比约束下折中优化波形的仿真结果用 “Tradeoff-PAPR” 表示, 而传统恒模约束双功能波形的仿真结果用 “Tradeoff-CM” 表示。

$K=4$ 、 $N=16$ 时, 不同约束下的平均可达和速率如图 2 所示。其中, 用户的平均可达和速率可由式(4)和式(5)计算得到。随着信噪比的增大, 4 种情形的平均可达和速率均呈上升趋势。同时, 在相同的信噪比下, 低峰均比波形相比恒模波形具有更高的平均可达和速率, 而理想雷达波束模式约束下的波形相比于其他 3 种优化设计, 有较为严重的通信性能损失。其中, 本文所提出的低峰均比双功能雷达通信波形的平均可达和速率性能不仅优于恒模波形和理想雷达波形, 并且逼近多用户干扰功率为零的理想情况下的平均可达和速率。

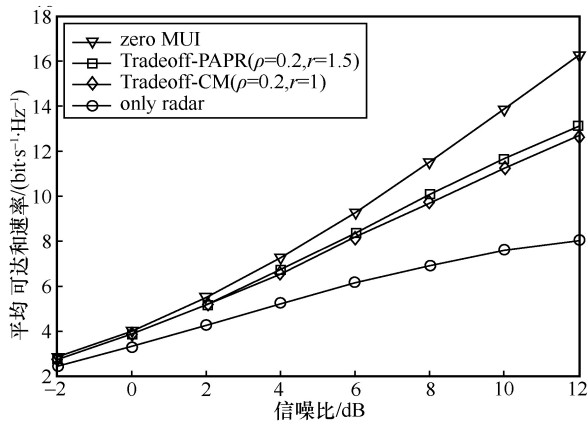


图 2 $K=4$ 、 $N=16$ 时, 不同约束下的平均可达和速率

$K=4$ 、 $N=16$ 时, 不同约束下的探测概率如图 3 所示, 可以看出, 随着信噪比的增大, 3 种情形的探测概率均呈上升趋势, 最终均趋近 1。理想雷达约束下的波形相比于恒模波形和低峰均比波形, 其雷达性能即波形探测概率最优。当信噪比较低时, 低峰均比波形探测概率低于恒模波形探测概率, 但是随着信噪比的增加, 三者趋于一

致最终完全重合。上述结果表明, 通过适当增加系统功率提升信噪比, 可使本文所提出的低峰均比折中优化波形同时具有良好的通信性能和雷达性能。

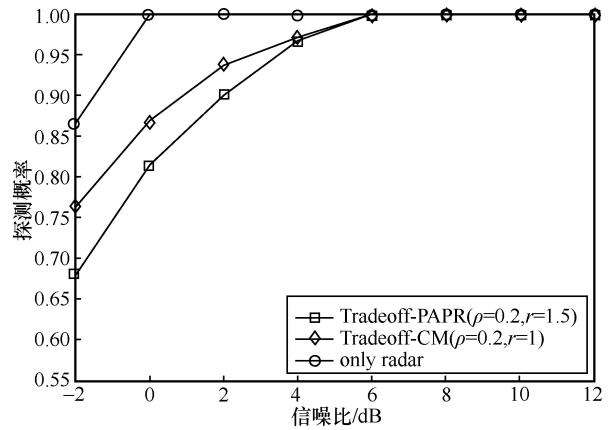


图 3 $K=4$ 、 $N=16$ 时, 不同约束下的探测概率

$K=4$ 、 $N=16$ 时, 雷达波束图如图 4 所示。考虑对角度位于 $(-60^\circ, 0^\circ, 60^\circ)$ 的 3 个远场目标进行探测, 并利用最小二乘法计算得到对应的协方差矩阵 \mathbf{R}_d 。本文提出的折中优化波形的波束图与第 2.1 节提出的理想雷达波形的波束图相比, 其主瓣高度略低于理想雷达波形, 而旁瓣高度略高于理想雷达波形, 这表明, 相比于理想雷达波形, 本文提出的低峰均比折中优化波形以较小的雷达探测性能损失为代价换取了较好的通信性能。

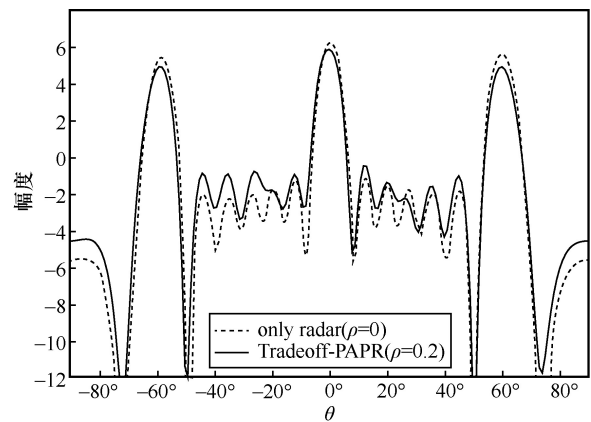


图 4 $K=4$ 、 $N=16$ 时, 雷达波束图

$N=64$ 时, 随加权因子变化的平均可达和速率如图 5 所示, 可以看出, 随着加权因子的增大, 不同用户数下的平均可达和速率均呈递增趋势, 最终趋近于最大平均可达和速率。当用户数越多时, 相同加权因子条件下的平均可达和速率越小。这表

明，用户数增加会造成用户间干扰功率增大从而导致平均可达和速率降低。

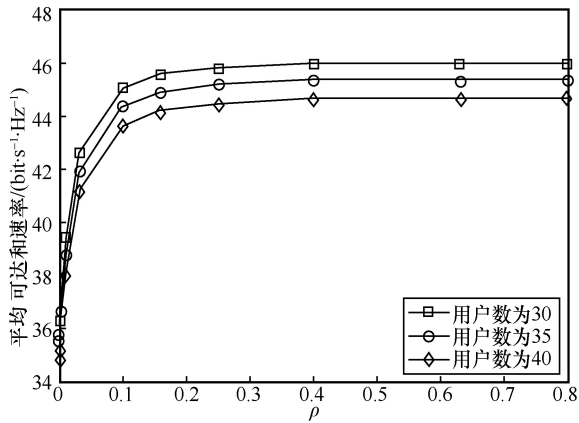


图 5 $N=64$ 时，随加权因子变化的平均可达和速率

$N=64$ 时，随加权因子变化的探测概率如图 6 所示，可以看出，随着加权因子的增大，不同用户数下的雷达探测概率均呈递减趋势，最终趋近 0。这表明，用户数增加会造成用户间干扰功率增大，从而导致雷达探测概率同样降低。

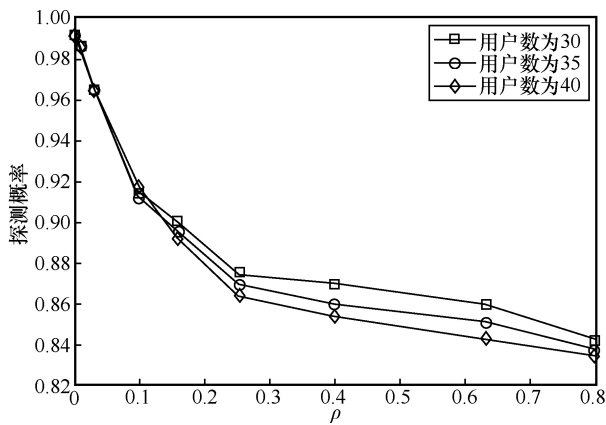


图 6 $N=64$ 时，随加权因子变化的探测概率

$N=64$ 时，不同用户数下的探测概率与平均可达和速率如图 7 所示。考虑位于 $\pi/5$ 角度的远场点状探测目标，基站接收到的信噪比设置为 -20 dB，雷达的误警概率 P_{FA} 设置为 10^{-7} 。可以看出，随着探测概率的提高或减小，平均可达和速率均呈相反变化趋势，这表明本文所提低峰均比折中优化波形的探测概率和通信速率之间存在优化的折中关系。同时，随着用户数的增加，用户间干扰功率增大，在同一平均可达和速率下，雷达探测概率有所下降；在同一雷达探测概率下，平均可达和速率也同样下降。

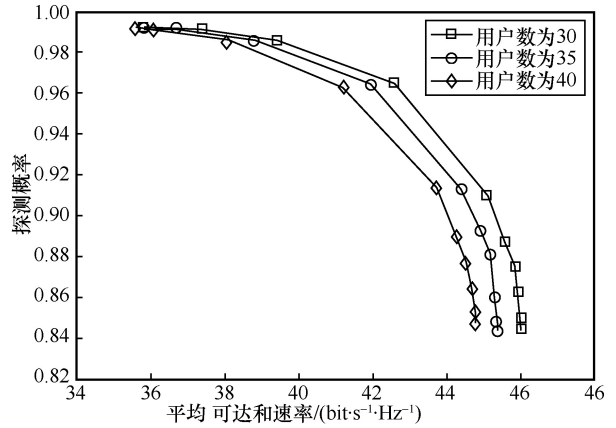


图 7 $N=64$ 时，不同用户数下的探测概率与平均可达和速率

误码率对比如图 8 所示。采用 $BER = 4\left(\sqrt{2E_b / N_0}\right)$

作为误码率的计算式。文献[30]采用时间调制阵列的方法在主瓣实现雷达功能，同时在旁瓣实现通信功能。可以看出，随着信噪比的增大，两种方法下的误码率均呈递减趋势。同时，与文献[30]中的方法相比，本文所提低峰均比折中优化优化波形设计方法具有更好的误码率性能。

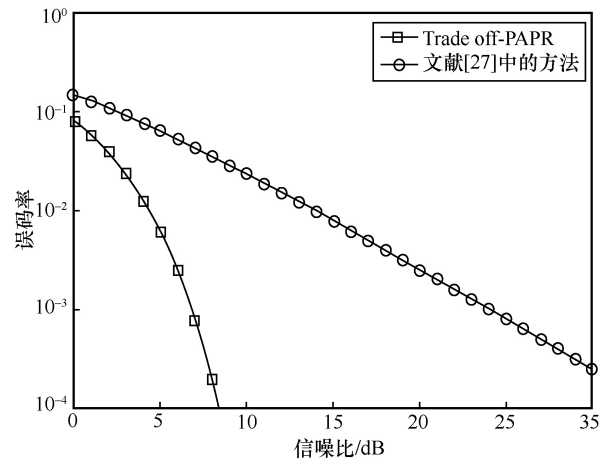


图 8 误码率对比

4 结束语

本文研究了双功能雷达通信波形折中优化设计问题，考虑了峰均比约束下的用户间干扰和相似度加权和最小化问题，并利用非线性等式约束交替方向乘子算法将非凸优化问题进行子问题分解求解。仿真结果表明，本文所设计的双功能雷达通信波形逼近理想雷达波形，实现了雷达性能和通信性能之间的折中优化，因此双功能系统可同时实现良好的探测概率和平均可达和速率。

参考文献:

- [1] PAUL B, CHIRIYATH A R, BLISSD W. Survey of RF communications and sensing convergence research[J]. *IEEE Access*, 2016(5): 252-270.
- [2] ZHENG L, LOPS M, ELDAR Y C, et al. Radar and communication coexistence: an overview: a review of recent methods[J]. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2019, 36(5): 85-99.
- [3] LIU F, MASOUIROS C, LI A, et al. MIMO radar and cellular coexistence: a power-efficient approach enabled by interference exploitation[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2018, 66(14): 3681-3695.
- [4] MISHRA K V, BHAVANI SHANKAR M R, KOIVUNEN V, et al. Toward millimeter-wave joint radar communications: a signal processing perspective[J]. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2019, 36(5): 100-114.
- [5] MA D Y, SHLEZINGER N, HUANG T Y, et al. Joint radar-communication strategies for autonomous vehicles: combining two key automotive technologies[J]. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2020, 37(4): 85-97.
- [6] ZHANG J A, LIU F, MASOUIROS C, et al. An overview of signal processing techniques for joint communication and radar sensing[J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, 2021, 15(6): 1295-1315.
- [7] GRIFFITHS H, COHEN L, WATTS S, et al. Radar spectrum engineering and management: technical and regulatory issues[J]. *Proceedings of the IEEE*, 2014, 103(1):85-102.
- [8] QIAN J, LOPS M, ZHENG L, et al. Joint system design for coexistence of MIMO radar and MIMO communication[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing: A Publication of the IEEE Signal Processing Society*, 2018
- [9] LIU F, YUAN W J, YUAN J H, et al. Radar-communication spectrum sharing and integration: overview and prospect[J]. *Journal of Radars*, 2021, 10(3): 467-484.
- [10] CUI Y H, LIU F, JING X J, et al. Integrating sensing and communications for ubiquitous IoT: applications, trends, and challenges[J]. *IEEE Network*, 2021, 35(5): 158-167.
- [11] IMT-2030(6G)推进组, 通信感知一体化任务组. 通信感知一体化技术研究报告[R]. 2021.
IMT-2030(6G)Promotion Group, Integrating sensing and communication task group. Research report on integrating sensing and communication technology[R]. 2021.
- [12] 中国通信学会. 通信感知计算一体化网络前沿报告(2021年度)[R]. 2022.
China Institute of Communications. Frontier report on integrated network of communication sense computing (2021)[R]. 2022.
- [13] WYMEERSCH H, SECO-GRANADOS G, DESTINO G, et al. 5G mmWave positioning for vehicular networks[J]. *IEEE Wireless Communications*, 2018, 24(6):80-86.
- [14] CHENG Z Y, HE Z S, LIAO B. Hybrid beamforming for multi-carrier dual-function radar-communication system[J]. *IEEE Transactions on Cognitive Communications and Networking*, 2021, 7(3): 1002-1015.
- [15] LIU X, HUANG T Y, SHLEZINGER N, et al. Joint transmit beamforming for multiuser MIMO communications and MIMO radar[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2020, 68: 3929- 3944.
- [16] HASSANIEN A, AMIN M G, ABOUTANIOS E, et al. Dual-function radar communication systems: a solution to the spectrum congestion problem[J]. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2019, 36(5): 115-126.
- [17] BLUNT S D, YATHAMP, STILES J. Intrapulse radar-embedded communications[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2010, 46(3): 1185-1200.
- [18] CIUNZO D, DE MAIO A, FOGLIA G, et al. Intrapulse radar-embedded communications via multi objective optimization[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2015, 51(4): 2960-2974.
- [19] CHIRIYATH A R, PAUL B, JACYNA G M, et al. Inner bounds on performance of radar and communications Co-existence[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2016, 64(2): 464-474.
- [20] HASSANIEN A, AMIN M G, ZHANG Y D, et al. Dual-function radar-communications: information embedding using sidelobe control and waveform diversity[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2016, 64(8): 2168-2181.
- [21] LIU F, ZHOU L F, MASOUIROS C, et al. Toward dual-functional radar-communication systems: optimal waveform design[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2018, 66(16): 4264-4279.
- [22] LIU F, MASOUIROS C, LI A, et al. MU-MIMO communications with MIMO radar: from Co-existence to joint transmission[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2018, 17(4): 2755-2770.
- [23] MOHAMMED S K, LARSSON E G. Per-antenna constant envelope precoding for large multi-user MIMO systems[J]. *IEEE Transactions on Communications*, 2013, 61(3): 1059-1071.
- [24] LI J, STOICA P. MIMO radar with colocated antennas[J]. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2007, 24(5): 106-114.
- [25] STOICA P. MIMO radar signal processing[EB]. 2008.
- [26] LIU F, MASOUIROS C, GRIFFITHS H. Dual-functional radar-communication waveform design under constant-modulus and orthogonality constraints[C]//*Proceedings of 2019 Sensor Signal Processing for Defence Conference (SSPD)*. Piscataway: IEEE Press, 2019: 1-5.
- [27] YU X Y, YANG Q, XIAO Z, et al. A precoding approach for dual-functional radar-communication system with one-bit DACs[J]. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 2022, 40(6): 1965-1977.
- [28] DE MAIO A, HUANG Y W, PIEZZO M, et al. Design of optimized radar codes with a peak to average power ratio constraint[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2011, 59(6): 2683-2697.
- [29] WANG J, ZHAO L. Nonconvex generalization of alternating direction method of multipliers for nonlinear equality constrained problems[J]. *Results in Control and Optimization*, 2021, 2: 100009.
- [30] EUZIERÈ J, GUINVARC'H R, LESTURGIE M, et al. Dual function radar communication time-modulated array[C]//*Proceedings of 2014 International Radar Conference*. Piscataway: IEEE Press, 2015: 1-4.

[作者简介]



侯跃峰（1998-），男，南京邮电大学宽带无线通信与传感网技术教育部重点实验室硕士生，主要研究方向为通信感知计算一体化、无线通信与网络信号处理等。



周荣康（1999-），男，南京邮电大学宽带无线通信与传感网技术教育部重点实验室硕士生，主要研究方向为通信感知计算一体化定位技术。



赵晓（1999-），男，南京邮电大学宽带无线通信与传感网技术教育部重点实验室硕士生，主要研究方向为通信感知计算一体化、无线通信与信号处理技术。



王文博（1997-），男，南京邮电大学宽带无线通信与传感网技术教育部重点实验室硕士生，主要研究方向为通信感知计算一体化、无线通信与网络信号处理等。



刘嘉宁（1999-），女，南京邮电大学宽带无线通信与传感网技术教育部重点实验室硕士生，主要研究方向为通信感知计算一体化、无线通信与信号处理技术。



田峰（1979-），男，博士，南京邮电大学宽带无线通信与传感网技术教育部重点实验室教授、博士生导师，主要研究方向为通信感知计算一体化、无线通信与网络信号处理等。